

Exercice n°1 (15 points) :

1. Décomposition en facteurs premiers.

$$69 = 3 \times 23; \quad 1\,150 = 2 \times 575 = 2 \times 5 \times 115 = 2 \times 5 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23$$

$$4\,140 = 2 \times 2\,070 = 2 \times 2 \times 1\,035 = 2 \times 2 \times 3 \times 345 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 115 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$$

2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.

Sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués, il faut donc trouver un diviseur commun aux nombres 69; 1 150 et 4 140 à partir de la question 1, on constate que 23 est ce diviseur commun.

Ainsi il y a 23 personnes dans ce bateau, ils auront :

3 diamants (car $69 : 23 = 6$), 50 perles (car $1\,150 : 23 = 50$) et 180 pièces d'or (car $4\,140 : 23 = 180$).

Exercice n°2 (20 points) :

1. **Affirmation 1 est fausse.** $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3+1}{5+2}$. car $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6+5}{10} = \frac{11}{10}$

2. **Affirmation 2 est juste.** Pour tout nombre x , $(2x + 1)^2 - 4 = (2x + 3)(2x - 1)$.
 $(2x + 1)^2 - 4 = (2x + 1)(2x + 1) - 4 = (2x)^2 + 2x \times 1 + 1 \times 2x + 1 \times 1 - 4 = 4x^2 + 2x + 2x + 1 - 4 = 4x^2 + 4x - 3$
 $(2x + 3)(2x - 1) = (2x)^2 + 2x \times (-1) + 3 \times 2x + 3 \times (-1) = 4x^2 - 2x + 6x - 3 = 4x^2 + 4x - 3$

3. **Affirmation 3 est fausse :** 171 est un nombre premier.

$$171 = 57 \times 3 \text{ (critère de divisibilité par 3)}$$

4. **Affirmation 4 est fausse** Le triangle $A'B'C'$ est un agrandissement à l'échelle 2 d'un triangle ABC tel que $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$ et $\widehat{ABC} = 50^\circ$.

On peut affirmer que $A'B' = 8\text{ cm}$, $A'C' = 12\text{ cm}$ et $\widehat{A'B'C'} = 100^\circ$

car $A'B' = 8\text{ cm}$ est bien le double de $AB = 4\text{ cm}$.

$A'C' = 12\text{ cm}$ est bien le double de $AC = 6\text{ cm}$.

Mais les angles gardent la même mesure dans un agrandissement.

Exercice n°3 (15 points) :

1. Pour $x = 2\text{ cm}$ les cotés du triangle équilatéral mesurent 9 cm (car $4 \times 2 + 1 = 9$).

2. $P_{\text{perimetre rectangle}} = (4x + 1, 5) \times 2 + 2x \times 2 = 8x + 3 + 4x = 12x + 3$

3. $P_{\text{perimetre triangle}} = (4x + 1) \times 3 = 12x + 3$ Donc $P_{\text{perimetre triangle}} = P_{\text{perimetre rectangle}}$

Exercice n°4 (15 points) :

Partie A

— 1. Par lecture graphique on observe que la quantité de principe actif dans le sang est de 10 mg/L 30 minutes après la prise de médicament.

— 2. Par lecture graphique on observe que la quantité de principe actif est la plus élevée 2 h après la prise de médicament.

Partie B

— Pour la boisson 1 $masse_{\text{alcool}} = 33 \times 0,05 \times 7,9 = 13,035\text{ g}$

— Pour la boisson 2 $masse_{\text{alcool}} = 12,5 \times 0,12 \times 7,9 = 11,85\text{ g}$

Donc la boisson 1 contient plus d'alcool que la boisson 2.

Exercice n°5 (15 points) :

- 1. Dans cette figure, les points A, O et D sont alignés dans le même ordre que les points B, O et C.

$$\frac{OD}{OA} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$$

de plus, $\frac{OC}{OB} = \frac{48}{27} = \frac{16}{9}$

Donc $\frac{OC}{OB} = \frac{OD}{OA}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, $(AB) \parallel (CD)$

- 2. Dans la figure, les points A, O et D sont alignés et les points B, O et C sont aussi alignés.

De plus, $(AB) \parallel (CD)$,

D'après le théorème de Thalès, $\frac{OC}{OB} = \frac{OD}{OA} = \frac{CD}{AB}$

d'où $\frac{48}{27} = \frac{64}{36} = \frac{80}{AB}$

Ce qui donne $AB = \frac{80 \times 27}{48} = 45 \text{ cm}$

- 3. Comme $(AB) \parallel (CD)$ et $(AC) \perp (DC)$ alors $(AB) \perp (AC)$

Dans le triangle ABC rectangle en A

D'après le théorème de Pythagore $CB^2 = AC^2 + AB^2$

soit $75^2 = AC^2 + 45^2$ d'où $AC^2 = 75^2 - 45^2 = 5625 - 2025 = 3600$

Donc $AC = \sqrt{3600} = 60 \text{ cm}$

Cette structure de 60 cm de haut est répétée 4 fois de suite donc $60 \times 4 = 240 \text{ cm}$

Les 5 plateaux ont une épaisseur de 2 cm soit $5 \times 2 = 10 \text{ cm}$.

La hauteur du meuble est de $240 + 10 = 250 \text{ cm}$.

Exercice n°6 (10 points) :

La famille compte l'utiliser la piscine pendant 4 mois (de Juin à Septembre).

Soit 122 jours (car juin et Septembre ont 30 jours, Juillet et Aout 31 jours $30 + 31 + 31 + 30 = 122$)

La piscine et sa pompe coûtent 80 €

Le volume d'eau de la piscine est : $V_{\text{volume}_{\text{cylindre}}} = \pi \times (260 : 2)^2 \times 65 \approx 3\,451\,039,5 \text{ cm}^3 \approx 3,5 \text{ m}^3$

Le prix d'un mètre cube d'eau est de 2,03 €, pour 3,5 m³, il faudra payer environ 7,11 € ($2,03 \times 3,5 = 7,105\text{€}$)

la pompe fonctionne 24 h sur 24 et 7 jours sur 7, elle consomme 3,42 kWh par jour.

Pendant les 4 mois la piscine consommera 417,24 kWh (car $122 \times 3,42 = 417,24 \text{ kWh}$).

Le prix d'1 kWh est de 0,15 €, donc le prix pour la consommation de la pompe sur les 4 mois sera d'environ 62,59 €

(car $417,24 \times 0,15 \approx 62,586$).

Le total des dépenses est d'environ 149,7€ (car $62,59 + 7,11 + 80 \approx 149,7$).

Ce qui est inférieur au budget de 149,7€. Il peuvent faire cet achat.

Exercice n°7 (10 points) :

1. $19\,741 + 11\,984 = 31\,725$ milliers de véhicules en 2014.

2. $\frac{11\,984}{31\,725} \times 100 \approx 38$

La proportion de voitures essence parmi les voitures diesel ou essence en circulation en France en 2014 est d'environ 38 %

3. a. Le présentateur divise le nombre de kilomètres par 7 ans, ce qui donne 14 832 km (car $103\,824 : 7 = 14\,832$)

En regardant le tableau du document 1, il suppose qu'Hugo a une voiture diesel, car ces voitures parcourent en moyenne une distance annuelle de 15 430 km, ce qui est proche de celle d'Hugo. Il est donc probable qu'Hugo possède une voiture diesel.

4. b. La démarche du présentateur fait appel à la probabilité d'avoir une voiture diesel, mais cette probabilité n'est pas sûre (par définition). Le présentateur peut donc se tromper, car Hugo peut avoir une voiture essence et faire autant de kilomètres que si il avait une voiture diesel.