Sommaire

Chapitre 1

Préambule.

1.1 Vocabulaire.

Le théorème de Pythagore est une propriété qui s'utilise dans les triangles rectangles.

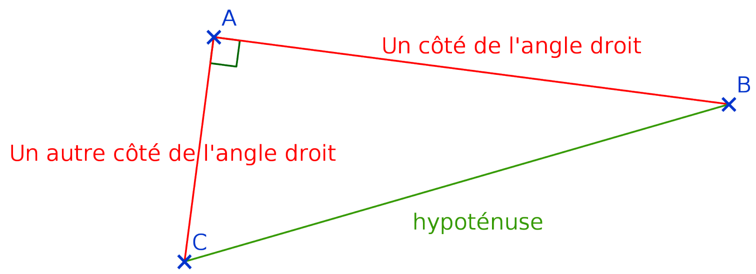

FIGURE 1.1 – Triangle rectangle

Dans ce triangle rectangle, l'angle droit est $\widehat{CAB}$

L'angle droit possède deux côtés qui sont $[AB]$ et $[AC]$.

En face de l'angle droit, il y a le côté $[BC]$ qui se nomme l'**`hypoténuse`**.

Dans tous les triangles rectangles, le plus grand côté est l'hypoténuse.
L'hypoténuse est toujours située en face de l'angle droit.

1.2 La racine carré d'un nombre.

Voici quelques exemples pour comprendre.
La racine carrée de 9 (ce qui se note est $\sqrt{9}$) est égale à 3. car $3^2 = 9$
La racine carrée de 25 (ce qui se note est $\sqrt{25}$) est égale à 5. car $5^2 = 25$
La racine carrée de 16 (ce qui se note est $\sqrt{16}$) est égale à 4. car $4^2 = 16$

La racine carrée d'un nombre, peut se calculer facilement dans des cas simples, mais pour tous les autres cas il faut utiliser une calculatrice.

Ce qui permet de calculer la racine carrée de n'importe quel nombre positif.

Par exemple :

$$\sqrt{3} \approx 1,7$$
$$\sqrt{5} \approx 2,2$$
$$...$$

1.3 Qui était Pythagore.

Pythagore est un mathématicien qui serait né aux environs de 580 av. J.-C. à Samos, une île de la mer Égée en Grèce.
On établit sa mort vers 495 av. J.-C., à l'âge de 85 ans.
(source : http ://fr.wikipedia.org/wiki/Pythagore)

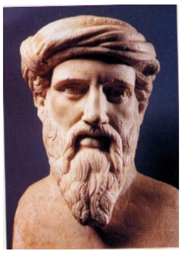

FIGURE 1.2 – Pythagore

Chapitre 2

Théorème de Pythagore.

2.1 But et condition d'utilisation.

Le `but` du théorème de Pythagore est de `calculer une longueur de côté` dans un triangle rectangle.

Etre certain d'avoir un `triangle rectangle` est la `condition d'utilisation` de ce théorème.

2.2 Enoncé du théorème.

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

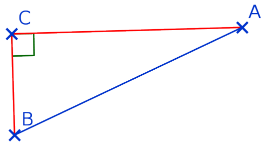

Figure 2.1 – Triangle rectangle

Par exemple, dans le triangle ABC rectangle en C, le théorème de Pythagore permet d'écrire l'égalité suivante :

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

2.3 Exemples de rédaction.

Enoncé n°1 : Dans la figure suivante, ABC est un triangle rectangle en A dans lequel AB = 9 cm et AC = 12 cm.
Calculer la longueur BC.

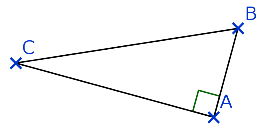

FIGURE 2.2 – Triangle rectangle

Rédaction de la démonstration :

On sait que ABC est un triangle rectangle en A	Condition d'utilisation
D'après le théorème de Pythagore	nom de la propriété
$BC^2 = AB^2 + AC^2$	égalité du théorème, avec l'hypoténuse en 1^{er}
$BC^2 = 9^2 + 12^2$	on remplace les longueurs
$BC^2 = 81 + 144$	on calcule
$BC^2 = 225$	
$BC = \sqrt{225} = 15$	on prend la racine carrée de BC^2
Donc BC = 15 cm	la conclusion

Enoncé n°2 : Dans la figure suivante, ABC est un triangle rectangle en A dans lequel BC = 6 cm et AC = 3,6 cm.
Calculer la longueur AB.

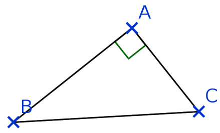

Figure 2.3 – Triangle rectangle

Rédaction de la démonstration :

On sait que ABC est un triangle rectangle en A	Condition d'utilisation
D'après le théorème de Pythagore	nom de la propriété
$BC^2 = AB^2 + AC^2$	égalité du théorème, avec l'hypoténuse en 1^{er}
$6^2 = AB^2 + 3,6^2$	on remplace les longueurs
$36 = AB^2 + 12,96$	on calcule
$AB^2 = 36 - 12,96$	
$BC^2 = 23,04$	
$BC = \sqrt{23,04} = 4,8$	on prend la racine carrée de BC^2
Donc BC = 4,8 cm	la conclusion

Enoncé n°3 : Dans la figure suivante, BVN est un triangle rectangle en V dans lequel BN = 20 cm et NV = 8 cm.
Calculer un arrondi au dixième près de la longueur BV.

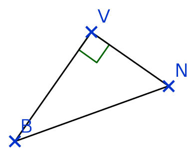

FIGURE 2.4 – Triangle rectangle

Rédaction de la démonstration :

On sait que BVN est un triangle rectangle en V	Condition d'utilisation
D'après le théorème de Pythagore	nom de la propriété
$BN^2 = BV^2 + NV^2$	égalité du théorème, avec l'hypoténuse en 1^{er}
$20^2 = BV^2 + 8^2$	on remplace les longueurs
$400 = BV^2 + 64$	on calcule
$BV^2 = 400 - 64$	
$BV^2 = 336$	
$BV = \sqrt{336} \approx 18,3$	on prend la racine carrée de BV^2, ici la valeur n'est pas exacte, il faut l'arrondir à un chiffre après la virgule.
Donc BV $\approx 18,3$ cm	la conclusion

Chapitre 3

Réciproque du théorème de Pythagore.

Attention, il ne faut jamais confondre une propriété et sa réciproque.
Elles sont différentes, la cause de l'une est la conséquence de l'autre.

3.1 But et conditions d'utilisation.

Le `but` de la réciproque du théorème de Pythagore est de `prouver qu'un triangle est rectangle`.

Les `conditions d'utilisation` de ce théorème : connaître les longueurs des trois côtés d'un triangle.

3.2 Enoncé du théorème.

Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

3.3 Exemples de rédaction.

Enoncé n°1 : Dans la figure suivante, ABC est un triangle dans lequel
AB = 5,2 cm, AC = 6,5 cm et BC = 3,9 cm.
Quelle est la nature de ce triangle ?

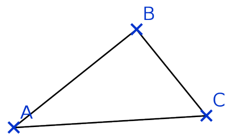

FIGURE 3.1 – Triangle rectangle ?

Rédaction de la démonstration :

On sait que dans le triangle ABC, AB = 5,2 cm, AC = 6,5 cm et BC = 3,9 cm	Condition d'utilisation
$AC^2 = 6,5^2 = 42,25$	on calcule en 1^{er} le carré du côté le plus long
$AB^2 + BC^2 = 5,2^2 + 3,9^2 = 27,04 + 15,21 = 42,25$	puis on calcule la somme des carrés des deux autres côtés
Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$	on compare ces deux lignes
D'après la réciproque du théorème de Pythagore	conclusion
Le triangle ABC est rectangle en B.	il faut citer l'angle droit

Enoncé n°2 : Dans la figure suivante, EFG est un triangle dans lequel
EF = 4,8 cm, EG = 6,4 cm et FG = 8,5 cm.
Quelle est la nature de ce triangle ?

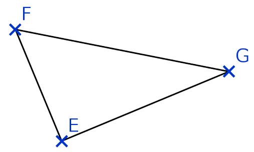

FIGURE 3.2 – Triangle rectangle ?

Rédaction de la démonstration :

On sait que dans le triangle EFG, — Condition d'utilisation
EF = 4,8 cm, EG = 6,4 cm et FG = 8,5 cm

$FG^2 = 8,5^2 = 72,25$ — on calcule en 1^{er} le carré du côté le plus long
$EF^2 + EG^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,96 = 64$ — puis on calcule la somme des carrés des deux autres côtés
Donc $FG^2 \neq EF^2 + EG^2$ — on compare ces deux lignes

La réciproque du théorème de Pythagore n'est pas vérifiée — conclusion
Le triangle EFG n'est pas un triangle rectangle. — en aucun de ses sommets

Cette réciproque fausse, s'appelle la contraposée.