Sommaire

Chapitre 1

Rappel.

Voici quelques équations :

(1) $\underbrace{4x+2}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{5x+1}_{\text{membre de droite}}$ est une équation avec une inconnue x

(2) $\underbrace{y+9}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{x+2}_{\text{membre de droite}}$ est une équation avec deux inconnues x et y

(3) $\underbrace{4(x+2)(x+1)}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{0}_{\text{membre de droite}}$ est une équation produit nul, avec une inconnue x

(4) $\underbrace{\frac{7(3x+1)}{7}}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{\frac{6}{9}}_{\text{membre de droite}}$ est une équation avec une inconnue x

(5) $\underbrace{x}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{7}_{\text{membre de droite}}$ est une équation de `base` avec une inconnue x

(6) $\underbrace{x}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{-4}_{\text{membre de droite}}$ est une équation de `base` avec une inconnue x

...

et quelques égalités ...

$10 = 9+1$ est une `égalité juste` (ce n'est pas une équation).

$16 = 9$ est une `égalité fausse` (ce n'est pas une équation).

Résoudre une équation à une inconnue, c'est déterminer la valeur numérique de l'inconnue, qui transforme l'équation en une égalité juste.

Par exemple pour résoudre l'équation $4x+2 = 5x+1$, on peut la transformer en équations équivalentes plus simples.

$$\begin{array}{lrcl}
(1) & 4x+2 & = & 5x+1 \\
(2) & 4x+2-5x & = & 5x+1-5x \\
(3) & -x+2 & = & 1 \\
(4) & -x+2-2 & = & 1-2 \\
(5) & -x & = & -1 \\
(6) & -x\times(-1) & = & -1\times(-1) \\
(7) & x & = & 1
\end{array}$$

Les équations numéros 1 ;2 ;3 ;4 ;5 ;6 et 7 sont équivalentes, c'est à dire qu'elles ont toutes la même solution.

Or l'équation n°7 est une équation de base, dont la solution 1, est simple à trouver, car 1 transforme l'équation $x = 1$ en une égalité juste $(1 = 1)$.

On peut donc conclure que 1 est la solution de l'équation n°1.

Chapitre 2

Système de deux équations à deux inconnues.

Un système de deux équations à deux inconnues est un ensemble de deux équations qui sont liées entre elles.

On peut l'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} a \times x + b \times y = c & (1) \\ a' \times x + b' \times y = c' & (2) \end{cases}$$

Dans ce système a, a', b, et b' sont des nombres et x et y sont les deux inconnues.

les équations (1) et (2) sont liées entre elles, car la solution de ce système doit transformer ces deux équations en deux égalités justes.

Exemples de systèmes :

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} 4x + 5y = 10 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

Le couple $(1;1)$ est la solution du système :

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+y=3 \end{cases}$$

car si $x=1$ et si $y=1$, alors ce système se transforme en un système de deux égalités justes.

$$\begin{cases} 1+1=2 \\ 2\times 1+1=3 \end{cases}$$

De même le couple $(5;-2)$ est la solution du système :

$$\begin{cases} 4x+5y=10 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$$

car si $x=5$ et si $y=-2$, alors ce système se transforme en un système de deux égalités justes.

$$\begin{cases} 4\times 5+5\times(-2)=10 \\ 2\times 5+3\times(-2)=4 \end{cases}$$

Par contre, le couple $(2;0)$ n'est pas une solution du système :

$$\begin{cases} 4x+5y=10 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$$

car si $x=2$ et si $y=0$, alors ce système se transforme en un système de deux égalités une fausse et une juste.

$$\begin{cases} 4\times 2+5\times 0=10 & fausse. \\ 2\times 2+3\times 0=4 & juste. \end{cases}$$

Chapitre 3

Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues, c'est trouver la valeur numérique des deux inconnues, qui transforme ce système de deux équations en un système de deux égalités justes.

Il existe deux méthodes pour résoudre un tel système.

3.1 Par combinaison - addition.

Par exemple on souhaite résoudre ce système :

$$\left\{\begin{array}{ll} 2x-3y=5 & (e_1) \\ 5x-6y=-8 & (e_2) \end{array}\right.$$

Afin de pouvoir supprimer une des deux inconnues, on peut multiplier les deux membres de l'équation (e1) par -2
ce qui donne

$$\left\{\begin{array}{ll} 2x\times(-2)-3y\times(-2)=5\times(-2) & (e_1)\times(-2) \\ 5x-6y=-8 & (e_2) \end{array}\right.$$

simplifié en

$$\left\{\begin{array}{ll} -4x+6y=-10 & (e_1)\times(-2) \\ 5x-6y=-8 & (e_2) \end{array}\right.$$

On peut ensuite, ajouter les deux lignes du système.

$$\left\{\begin{array}{rcll} -4x+6y+5x-6y &=& -10-8 & (e_1)\times(-2)+(e_2) \\ 5x-6y &=& -8 & (e_2) \end{array}\right.$$

ce qui donne :

$$\left\{\begin{array}{rcll} x &=& -18 & (e_1)\times(-2)+(e_2) \\ 5x-6y &=& -8 & (e_2) \end{array}\right.$$

en remplaçant la valeur de x de la première ligne dans la deuxième ligne, on obtient :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -18 \\ 5\times(-18)-6y &=& -8 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -18 \\ -90-6y &=& -8 \end{array}\right.$$

d'où

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -18 \\ y &=& \dfrac{-8+90}{-6} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -18 \\ y &=& \dfrac{-41}{3} \end{array}\right.$$

Donc la solution de ce système d'équation est le couple $(-18; \dfrac{-41}{3})$

3.2 Par substitution.

Par exemple on souhaite résoudre ce système :

$$\left\{\begin{array}{rcll} 2x+y &=& -3 & (e_1) \\ 3x-2y &=& -8 & (e_2) \end{array}\right.$$

Dans ce système, il est facile de d'exprimer y en fonction de x dans l'équation e_1

$$\left\{\begin{array}{rcll} y &=& -3-2x & (e_1) \\ 3x-2y &=& -8 & (e_2) \end{array}\right.$$

Puis on substitue la valeur y de l'équation e_2 par $-3-2x$.
Ce qui donne :

$$\left\{\begin{array}{rcll} y &=& -3-2x & (e_1) \\ 3x-2(-3-2x) &=& -8 & (e_2) \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} y &=& -3-2x & (e_1) \\ 7x+6 &=& -8 & (e_2) \end{array}\right.$$

On calcule la valeur de l'inconnue dans l'équation e_2

$$\begin{cases} y = -3-2x & (e_1) \\ x = \dfrac{-8-6}{7} = -2 & (e_2) \end{cases}$$

Puis on calcule la valeur de l'autre inconnue.

$$\begin{cases} y = -3-2\times(-2) = 1 & (e_1) \\ x = -2 & (e_2) \end{cases}$$

Donc la solution de ce système d'équation est le couple $(-2;1)$